

非结构网格限制器研究

李芳, 孙唯哲, 刘鑫, 徐金秀
(江南计算技术研究所, 江苏无锡 214083)

摘 要: 研究了6种限制器形式及其参数计算方法,其中新的自适应 VenkatakrishnanM 限制器能够根据当地流场特征自动调节参数从而实现不同区域不同特性.数值试验表明:非结构网格限制器对邻居集合选择方法较敏感,其中共面法比共点法精度高约15%;高马赫数时压缩型限制器比耗散型限制器计算精度高约10%~40%;参变量算法中,方向梯度法得到的流场比增量法平滑;自适应 VenkatakrishnanM 限制器能够模拟复杂超声速流动.

关 键 词: 限制器;非结构网格;自适应;方向梯度法;超声速

中图分类号: V21; TN401

文献标志码: A

Research on limiters of unstructured grid

LI Fang, SUN Wei-zhe, LIU Xin, XU Jin-xiu

(Jiangnan Institute of Computing Technology, Wuxi Jiangsu 214083, China)

Abstract: Six limiters and methods of their parameters were researched, of which the adaptive VenkatakrishnanM limiter was able to balance the compression and dissipation of limiter by changing parameters adaptively. Numerical computations show that, limiters of unstructured grid are susceptible to neighbor set methods, and the common-face method has about 15% higher precision than the common-node one; under conditions of high Mach number, the compressive limiters have about 10%—40% higher precision than the dissipative ones; flow fields computed with the direction gradient method are more smooth than the augment method; the adaptive VenkatakrishnanM limiter is able to simulate complex supersonic flows.

Key words: limiters; unstructured grid; adaptive; direction gradient method; supersonic

N-S 方程和 Euler 方程数值求解时,无黏通量计算方法是提高计算稳定性和计算精度的关键.目前无黏通量计算方法可分为通量平均型(flux-averaged method)和解平均(solution-averaged method)两大类,后者也称为重构-推进方法(reconstruction-evolution method),常用于有限体积法离散中^[1].通量平均型采用通量计算得到网格界面的通量.重构-推进方法首先需要从网格平均解得到网格界面两侧的解,然后再利用各种计算格式得到网格界面上的通量.重构步包括两个环节:插值和限制.插值是指通过一系列相关网格点的变量值计算得到所求解位置的变量值;限

制是指通过控制计算出的解的梯度避免出现振荡,这种限制通常以各种限制器的形式引入^[2].

限制器实质上是对梯度进行限制的函数,当流场存在间断时,限制器限制高阶项,避免数值振荡,构造迎风类格式时,限制器的优劣是格式达到高分辨率的关键,对计算的精度、稳定性和收敛性影响都很大.结构网格用相邻网格单元的函数值构造插值方法,非结构网格由于网格的无序性,只能用梯度构造插值,因而对限制器的要求更高^[3].本文对非结构网格的多种限制器函数和相关问题进行研究和计算,分析各种限制器函数及其计算方法的性能,从而为非结构网格数值计算提供

收稿日期:2014-01-16

基金项目:国家高技术研究发展计划(2012AA01A306);国家重点基础研究发展计划(2014CB744100)

作者简介:李芳(1980—),女,山西长治人,助理研究员,博士,研究方向为高性能计算技术.

基础.

1 非结构网格限制器函数

在格心形式的非结构网格中,采用重构-推进方法计算网格面上无黏通量,需首先计算网格面心的左右原始状态变量,其值通过在每个控制体界面上用分段线性插值得到,即为

$$Q_{F,l(r)} = Q_c + \phi(\tilde{r})(\nabla Q_c \cdot dl_{cF}) \quad (1)$$

其中 Q_c 和 ∇Q_c 为网格单元中心点的原始变量及其梯度, dl_{cF} 为网格界面左(右)网格单元中心点至界面中心点的距离, $Q_{F,l(r)}$ 为插值得到的网格面心左(右)原始状态变量, $\phi(\tilde{r})$ 为限制器函数. 显然,当 $\phi(\tilde{r})=0$ 时,格式为 1 阶精度,当 $\phi(\tilde{r})=1$ 时,格式为 2 阶精度.

求网格面心的左(右)原始状态变量的计算方法是相同的,所以,下面仅对网格面心的左向原始状态变量计算方法进行讨论.

限制器函数 $\phi(\tilde{r})$ 是参变量 $\tilde{r}$ 的函数,应该满足下述基本条件^[4]:① $\phi(0)=0$; $\phi(1)=1$,且在 $\tilde{r} \in (0,1)$ 单调递增;② 满足 TVD(total variation diminishing)性质. 即

$$\min \text{mod}(\tilde{r}, 1) \leq \phi(\tilde{r}) \leq \max(\min \text{mod}(2\tilde{r}, 1), \min \text{mod}(\tilde{r}, 2)) \quad (2)$$

根据非结构网格特点,本文选取文献中的 Venkatakrishnan, VenkatakrishnanM, Minmod, Van Leer, Van Albada 1, Van Albada 2 限制器^[5-9]和本文构造的 VenkatakrishnanM 限制器共 6 种限制器函数进行研究.

1) Van Albada1 限制器函数

$$\phi(\tilde{r}) = \frac{2\tilde{r}}{\tilde{r}^2 + 1} \quad (3)$$

2) Venkatakrishnan 限制器函数

$$\phi(\tilde{r}) = \frac{\tilde{r}^2 + 2\tilde{r}}{\tilde{r}^2 + \tilde{r} + 2} \quad (4)$$

这个函数有 $\phi(2)=1$. 为了统一成 $\phi(1)=1$, 将其变换为

$$\phi(\tilde{r}) = \frac{\tilde{r}^2 + \tilde{r}}{\tilde{r}^2 + \frac{1}{2}\tilde{r} + \frac{1}{2}} \quad (5)$$

3) VenkatakrishnanM 限制器函数

仿照 Venkatakrishnan 限制器,本文构造了 VenkatakrishnanM 限制器

$$\phi(\tilde{r}, m) = \frac{\tilde{r}^2 + m \cdot \tilde{r}}{\tilde{r}^2 + \tilde{r} + (m-1)} \quad m \geq 2 \quad (6)$$

式(6)满足如下特性:① $\phi(0, m)=0$, $\phi(1,$

$m)=1$;② 当 $\tilde{r} \leq 1 + \sqrt{1+m}$, $\phi(\tilde{r}, m)$ 是关于 $\tilde{r}$ 的单调增函数,否则为单调减函数;③ 当 $\tilde{r} \rightarrow \infty$, $\phi(\tilde{r}, m) \rightarrow 1$;④ 当 $\tilde{r}=1 + \sqrt{1+m}$, $\phi(\tilde{r}, m)$ 达到最大值.

所以 VenkatakrishnanM 限制器函数满足 TVD 性质.

4) Van Leer 限制器函数

$$\phi(\tilde{r}) = \frac{\tilde{r} + |\tilde{r}|}{\tilde{r} + 1} \quad (7)$$

5) Van Albada 2 限制器函数

$$\phi(\tilde{r}) = \frac{\tilde{r}^2 + \tilde{r}}{\tilde{r}^2 + 1} \quad (8)$$

6) min mod 限制器函数

$$\phi(\tilde{r}) = \min(\tilde{r}, 1) \quad (9)$$

6 种限制器函数曲线如图 1 所示. 理论上讲,使离散格式具有 2 阶精度并具有 TVD 性质的充分条件是限制器函数位于两条虚线包围的区域;越靠近上部,限制器引起的耗散越小,分辨率越高,同时稳定性和收敛性越差,称之为压缩型限制器;反之,越靠近下部,限制器所引起的耗散越大,分辨率越低,同时稳定性和收敛性越好,称之为耗散型限制器. 由图 1 可知,本文所列的 6 种限制器均满足 TVD 性质,限制器序号按照耗散性由低到高的顺序依次排列.

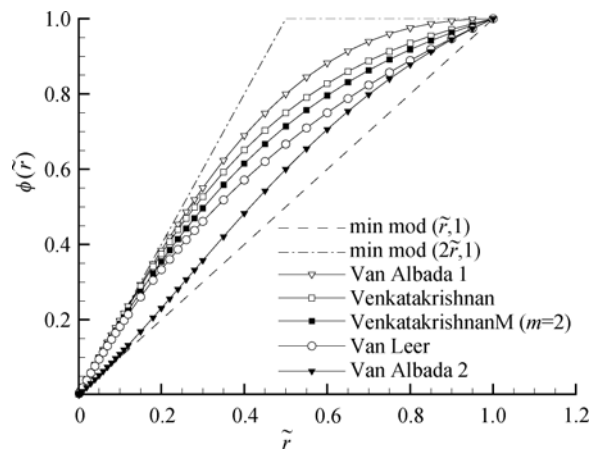


图1 6种限制器特征曲线

Fig. 1 Graph of six limiters

7) 自适应 VenkatakrishnanM 限制器函数

数值计算发现,当流场马赫数较高时,局部区域流场变化剧烈,限制器形式对计算稳定性和计算结果正确性影响较大. 若整个流场全部采用压缩型限制器,部分区域稳定性较差;若整个流场全部采用耗散型限制器,计算结果分辨率较低,因此需要构造一种能够通过自动分辨不同区域流场变

化剧烈程度,从而表现出不同特性的限制器,即自适应限制器。

改变 VenkatakrishnanM 限制器中的 m 值,函数曲线如图 2 所示.从图中可看出,随着 m 增加,限制器函数的耗散性增强, m 取 2 时,耗散性弱于 van Leer 限制器, m 取 3 或 4 时,耗散性在 van Leer 限制器和 van Albada 2 限制器之间.根据该特性,在程序中依据流场变化情况自动调整 m 值从而达到自适应调节限制器特性的作用,称为自适应 VenkatakrishnanM 限制器,此时不同区域所用的限制器函数不同.调节因子取

$$\alpha = \begin{cases} 0.37/e^{Ma_R/Ma_C} & \text{if } Ma_C > Ma_R \\ 0.37/e^{Ma_C/Ma_R} & \text{if } Ma_C < Ma_R \end{cases} \quad (10)$$

$$m = \min(2\alpha, 4) \quad (11)$$

式中 Ma_C, Ma_R 分别为网格界面 F 的左、右网格单元中心点的当地马赫数。

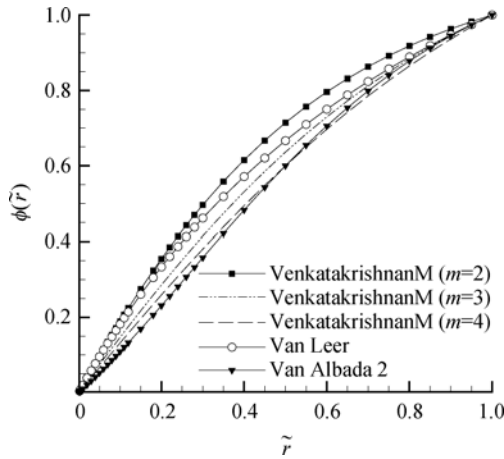


图 2 不同 m 对应 VenkatakrishnanM 限制器函数曲线

Fig. 2 Graph of VenkatakrishnanM limit with different m

2 限制器参变量计算方法

非结构网格中,设 C, R 是网格界面 F 的左、右网格单元中心点,限制器函数参变量 $\tilde{r}$ 定义为

$$\tilde{r} = \begin{cases} \frac{dQ_{CF}}{dQ_{\max}} & \text{if } dQ_{CF} \geq 0 \\ \frac{dQ_{CF}}{dQ_{\min}} & \text{if } dQ_{CF} < 0 \end{cases} \quad (12)$$

国内外资料普遍采用增量法计算 $dQ^{[10-11]}$,为考虑方向梯度的影响,本文采用第 2 种方法,即方向梯度法计算 dQ 。

1) 增量法.在式(10)中,取

$$dQ_{CF} \equiv \delta Q_{CF}, dQ_{\max} \equiv \delta Q_{\max}$$

$$dQ_{\min} \equiv \delta Q_{\min} \quad (13)$$

其中 $\delta Q_{CF} = \nabla Q_C \tilde{r}_{CF}$ 是原始变量 Q 由网格单元中心点 C 到网格界面 F 的增量, ∇Q_C 是原始变量 Q 在网格单元 C 的中心点的梯度; $\delta Q_{\max}, \delta Q_{\min}$ 表示 Q 在网格单元 C 的邻居集合 $\text{set}(C)$ 的最大增量和最小增量,即

$$\delta Q_{\max} = \max\{(Q_i - Q_C)/2\} \\ i \in \text{set}(C) \text{ and } i \neq C \quad (14)$$

$$\delta Q_{\min} = \min\{(Q_i - Q_C)/2\} \\ i \in \text{set}(C) \text{ and } i \neq C \quad (15)$$

网格单元中心点 C 的邻居集合记为 $\text{set}(C)$ 。

2) 方向梯度法.在式(10)中,取

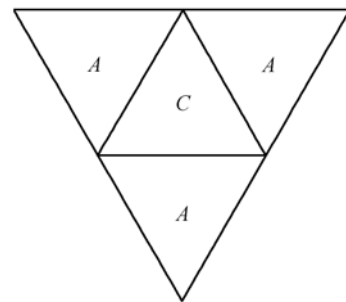
$$dQ_{CF} \equiv \frac{dQ}{dl_{CF}}, dQ_{\max} \equiv \left[\frac{dQ}{dl} \right]_{\max} \\ dQ_{\min} \equiv \left[\frac{dQ}{dl} \right]_{\min} \quad (16)$$

其中 $\frac{dQ}{dl_{CF}}$ 为原始变量 Q 由网格单元中心点 C 到网格界面 F 的方向梯度; $\left[\frac{dQ}{dl} \right]_{\max}, \left[\frac{dQ}{dl} \right]_{\min}$ 表示 Q 在网格单元中心点 C 的邻居集合 $\text{set}(C)$ 的最大、最小方向梯度。

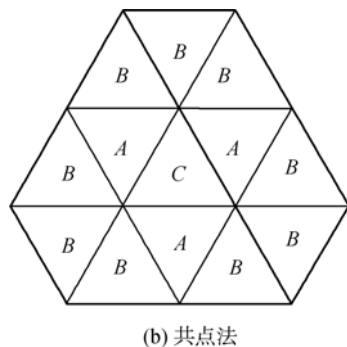
$$\left[\frac{dQ}{dl} \right]_{\max} = \max\left\{ \left[\frac{Q_i - Q_C}{l_{C,i}} \right] \right\} \\ i \in \text{set}(C) \text{ and } i \neq C \quad (17)$$

$$\left[\frac{dQ}{dl} \right]_{\min} = \min\left\{ \left[\frac{Q_i - Q_C}{l_{C,i}} \right] \right\} \\ i \in \text{set}(C) \text{ and } i \neq C \quad (18)$$

在式(12)、式(13)、式(15)和式(16)中,网格单元 C 的邻居集合 $\text{set}(C)$ 采用两种采样方法,如图 3 所示.一种是共面法,即选取与 C 点共面的网格单元作为邻居集合 $\text{set}(C) = \{A\}$,另一种是共点法,即选取与 C 点共点的网格单元作为邻居集合 $\text{set}(C) = \{A+B\}$.显然,共点法的邻居集合 $\text{set}(C)$ 数量大于共面法。



(a) 共面法

图3 邻居集合 $\text{set}(C)$ 选择方法Fig. 3 Select method of $\text{set}(C)$

3 数值试验计算与分析

3.1 激波诱导燃烧

20世纪60年代到70年代早期,对于激波诱导燃烧现象,从解耦的爆燃到耦合的爆轰波,国外进行了试验研究^[12],主要集中在研究燃烧的球和弹丸通过易爆气体(氢气/氧气或氢气/空气).由于这种反应非常快,并且在很短的距离内伴随着大量能量释放,对数值格式的健壮性和精度提出了较高要求,因此许多研究人员将激波诱导燃烧作为数值格式的验证算例^[13].为研究各种限制器函数及其计算方法特性,从而为非结构网格数值计算提供依据,这里针对球头激波点火试验进行数值模拟,并将计算结果与Lehr的试验结果进行

比较.

计算方法:无黏通量采用AUSMPW+格式,时间推进采用LU-SGS(lower-upper symmetric gauss-seidel),化学反应源项采用Imlay等^[14]的对角线性化处理.化学反应模型采用Evans等^[15]提出的七组分八方程模型.来流条件如表1所示.在该问题数值模拟中,球头半径为 $R=7.5\text{ mm}$.

3.2 邻居集合算法试验

限制器函数分别采用图1所示的6种形式(其中3号限制器的 m 值自适应变化),参变量 $\bar{r}$ 采用方向梯度法,邻居集合分别采用共点和共面两种方法,得到的球头脱体距离与试验值比较分别如图4~图15所示.从图中可看出,邻居集合采用共点法选取时,5号限制器和6号限制器由于耗散过大激波超出计算区域,计算失败,其他4种限制器算出的激波位置均比试验值远离球头表面,误差在15%左右;邻居集合采用共面法选取时,6种限制器函数算出的激波位置与试验值均吻合得较好.由此可见,邻居集合采用共面法选取的计算精度高于采用共点法.分析认为,这是由于共点法采样点过多,导致间断被抹平,激波分辨率降低.尽管如此,共点方法也不可少,其强耗散性可用于计算初期缓解流场数值振荡,从而提高计算稳定性,待流场稳定后再逐渐转为共面法.在实际复杂算例中,这样的数值计算技巧很有用.

表1 Lehr氢燃烧模型来流条件

Table 1 Incoming flow condition of Lehr hydrogen burning model

算例	混气	速度/(m/s)	马赫数	压力/Pa	温度/K
Lehr 2	H_2/O_2	1892	3.5612	24797	291

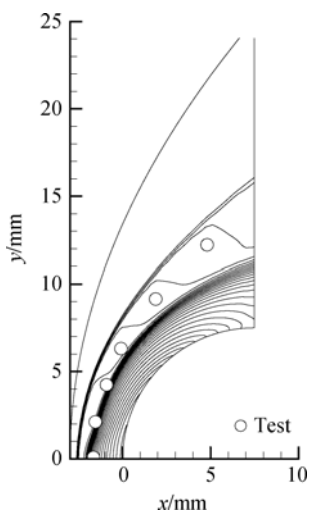


图4 共点法1号限制器

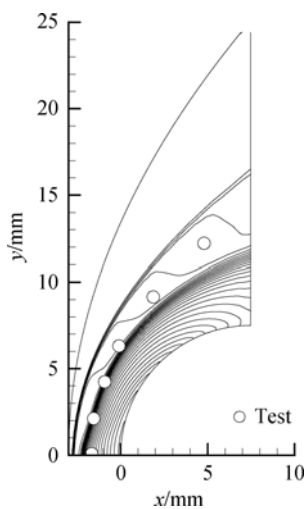


图5 共点法2号限制器

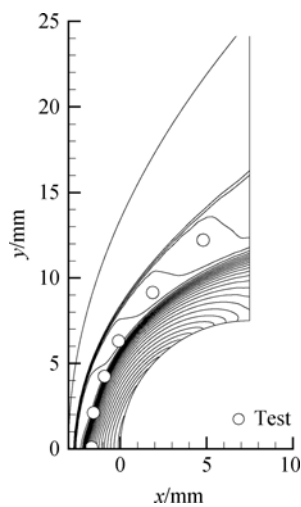


图6 共点法3号限制器

Fig. 4 1st limiter of concurrent method

Fig. 5 2nd limiter of concurrent method

Fig. 6 3rd limiter of concurrent method

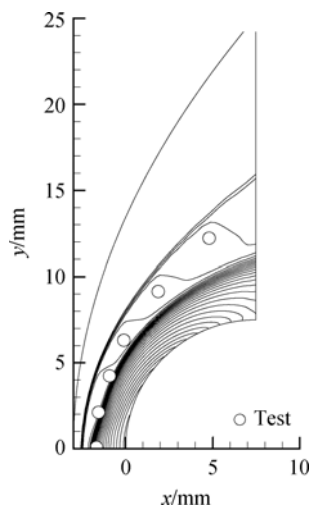


图7 共点法4号限制器

Fig. 7 4th limiter of concurrent method

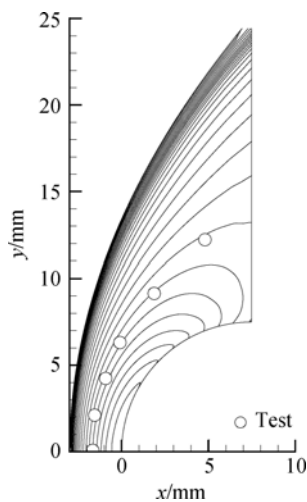


图8 共点法5号限制器

Fig. 8 5th limiter of concurrent method

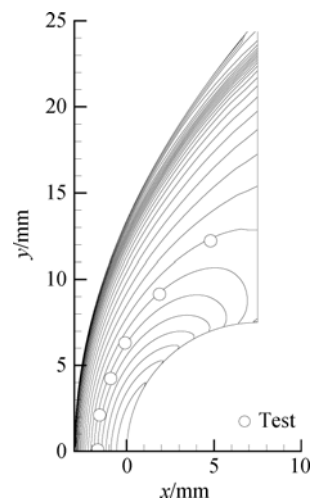


图9 共点法6号限制器

Fig. 9 6th limiter of concurrent method

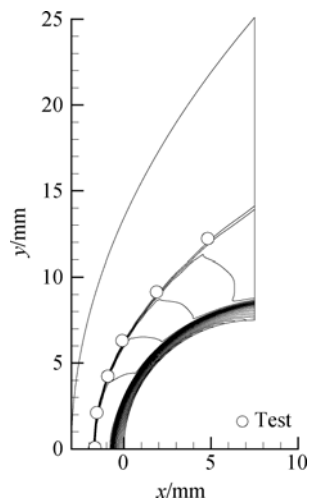


图10 共面法1号限制器

Fig. 10 1st limiter of coplaner method

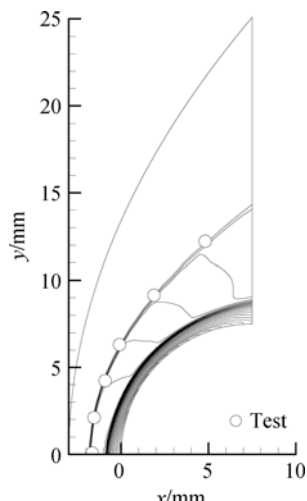


图11 共面法2号限制器

Fig. 11 2nd limiter of coplaner method

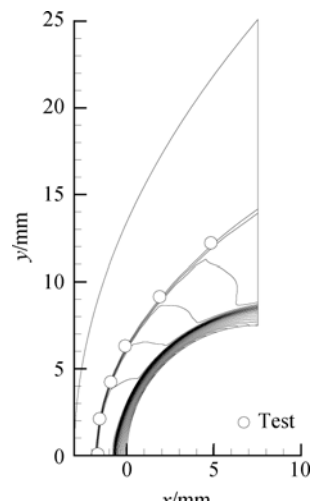


图12 共面法3号限制器

Fig. 12 3rd limiter of coplaner method

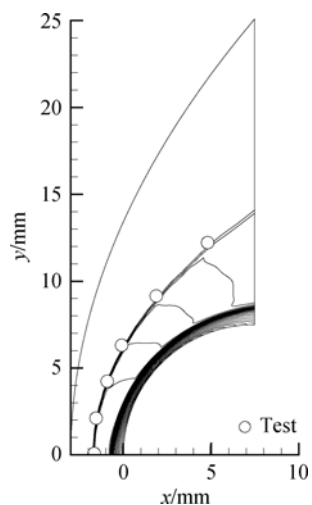


图13 共面法4号限制器

Fig. 13 4th limiter of coplaner method

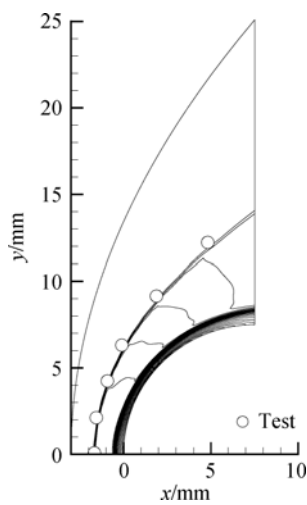


图14 共面法5号限制器

Fig. 14 5th limiter of coplaner method

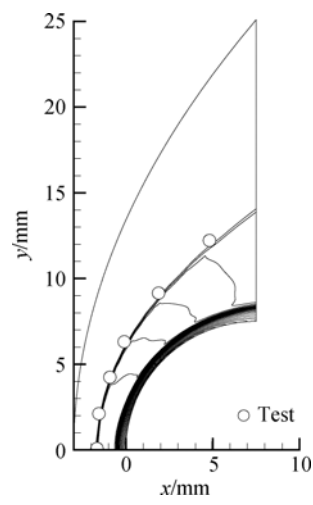


图15 共面法6号限制器

Fig. 15 6th limiter of coplaner method

3.3 参变量 $\bar{r}$ 算法试验

限制器函数采用图 1 所示 6 种形式(其中 3 号限制器的 m 值自适应变化), 邻居集合采用共面法, 参变量 $\bar{r}$ 改为增量法进行计算, 得到的球头脱体距离与试验值比较分别如图 16~图 21 所示. 与图 10~图 15 比较可看出, 参变

量 $\bar{r}$ 无论采用增量法还是方向梯度法, 6 种限制器函数得到的激波位置与试验值均吻合得较好, 但参变量 $\bar{r}$ 采用增量法的计算结果平滑性较差. 由此可见, 对于本算例, 参变量 $\bar{r}$ 的两种计算方法分辨率差别不大, 方向梯度法的平滑性较好.

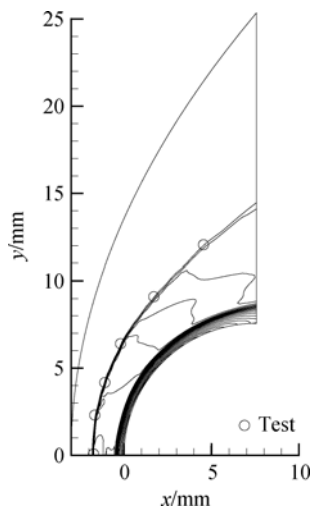


图 16 增量法 1 号限制器

Fig. 16 1st limiter of incremental method

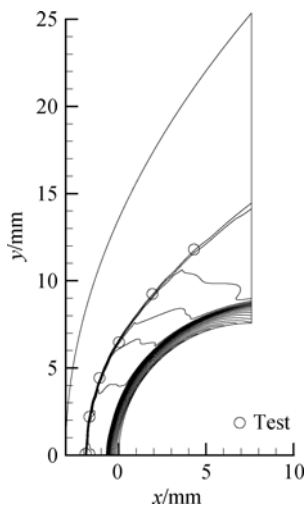


图 17 增量法 2 号限制器

Fig. 17 2nd limiter of incremental method

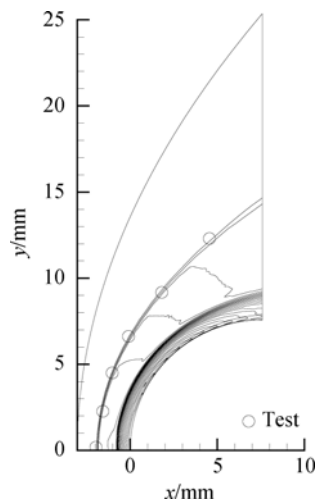


图 18 增量法 3 号限制器

Fig. 18 3rd limiter of incremental method

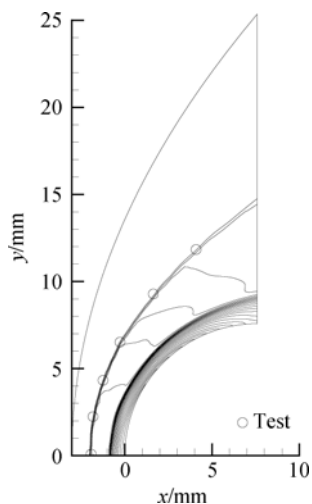


图 19 增量法 4 号限制器

Fig. 19 4th limiter of incremental method

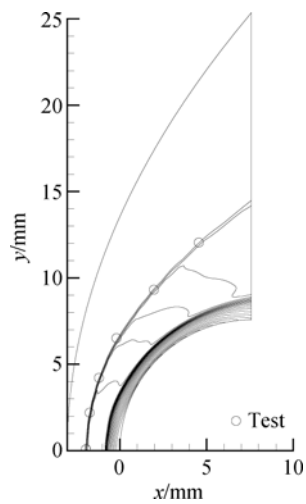


图 20 增量法 5 号限制器

Fig. 20 5th limiter of incremental method

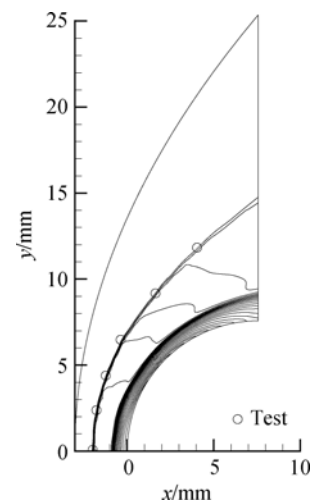


图 21 增量法 6 号限制器

Fig. 21 6th limiter of incremental method

4 三维进气道

进气道是高超声速冲压发动机的重要部件之一, 它利用气流动能, 通过冲击压缩来提高气体的静压、静温. 本文采用中国空气动力研究与发展中心超高速所的三维高超声速进气道模型, 研究高超声速模拟中各种限制器函数特性. 来流条件如

表 2 所示, 计算网格如图 22 所示, 进气道由 3 道斜面组成. 计算方法: 采用黏性 N-S 方程, MUSCL 外插, 无黏通量分别采用 LDFSS 格式, 黏性项采用 Gauss 定理计算, 时间推进采用 LU-SGS(lower-upper symmetric Gauss-Seidel), 湍流模型是 Wilcox 98 $k-\omega$ 双方程湍流模型, 考虑了 Wilcox 可压缩修正.

表2 三维进气道来流条件

Table 2 Incoming flow condition of three dimensional inlet

参数	数值	参数	数值
Ma	6.0	$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	0.043
p_0/MPa	5.5	比热比 γ	1.38
T_0/K	1800	$V/(\text{m}/\text{s})$	1897.0
p/Pa	3114.254	分子量 (g/mol)	26.34
T/K	229.4	流量 (kg/s)	0.81

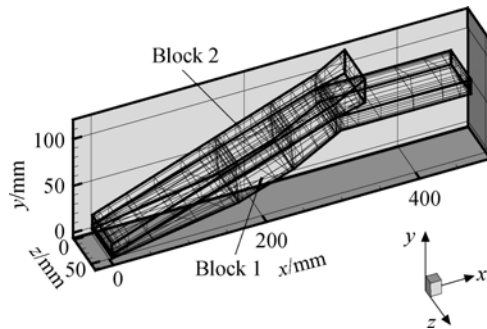


图22 三维高超声速进气道网格

Fig. 22 Grids of three-dimensional hypersonic inlet

限制器函数分别采用图1所示的6种形式(其中3号限制器的 m 值自适应变化),参变量 $\bar{r}$ 采用方向梯度法,邻居集合分别采用共面法,得到对称面下壁面压强分布与试验值比较如图23~图27所示.比较6种限制器计算结果可看出,当来流马赫数较高时,限制器函数形式对计算结果影响较大,其中1号限制器、2号限制器和3号限制器计算结果与试验结果最接近,分离流区域压强相对试验结果误差约为14%;4号限制器在分

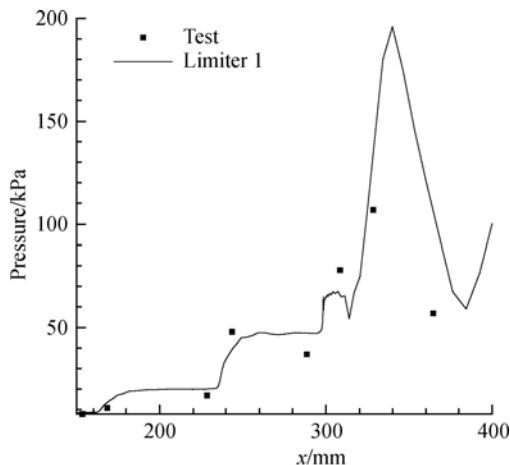


图23 第1号限制器的压力

Fig. 23 Pressure of 1st limiter

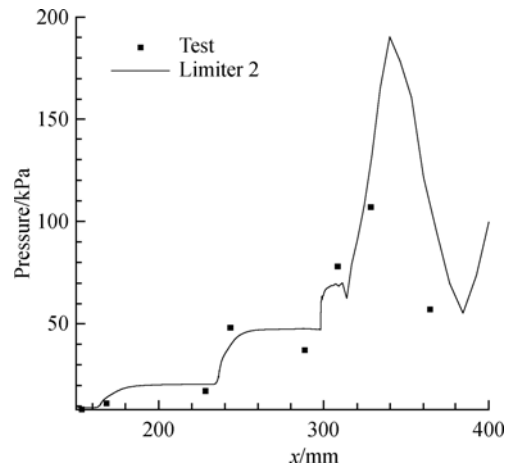


图24 第2号限制器压力

Fig. 24 Pressure of 2nd limiter

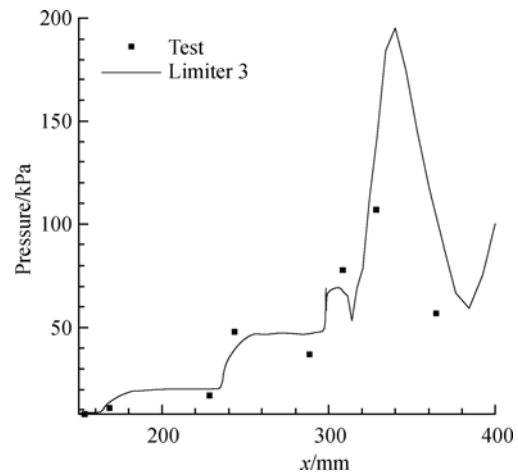


图25 第3号限制器压力

Fig. 25 Pressure of 3rd limiter

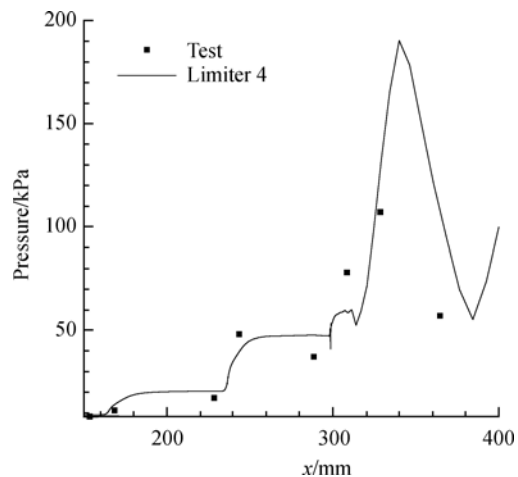


图26 第4号限制器压力

Fig. 26 Pressure of 4th limiter

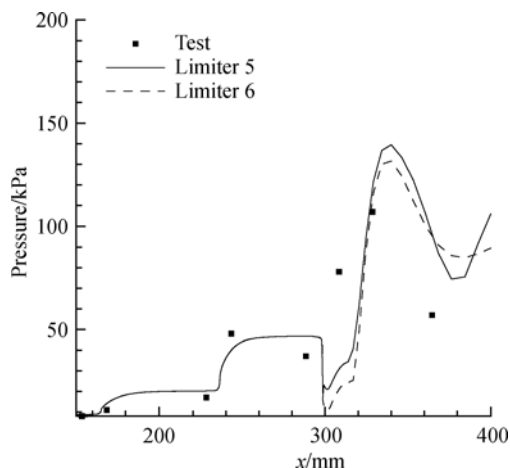


图 27 第 5 号与第 6 号限制器压力

Fig. 27 Pressure of 5th and 6th limiter

离流区域精度较差,相对试验结果误差约为 25%;5 号限制器和 6 号限制器由于耗散较大在分离流区域压强起不来,并导致后面的激波串变弱.由此可见,马赫数较高时限制器函数对计算结果影响较大,压缩型限制器表现较好.

5 超燃冲压发动机燃烧室数值模拟

选取日本国家航空与航天实验室(NAL)的超燃冲压发动机模型^[16]为模拟对象,检验本文非结构网格限制器方法模拟超燃冲压发动机等复杂流场的能力.该算例模拟马赫数为 7.5 的飞行状态,网格点数为 292 666,第 1 层网格距离壁面距离为 0.05 mm,燃烧室喷孔附近网格如图 28 所示.

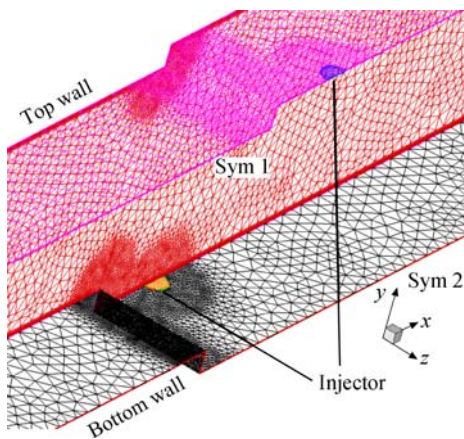


图 28 NAL 燃烧室喷孔附近网格

Fig. 28 Grids near jet hole of NAL chamber

采用 VenkatakrishnanM 限制器函数,参变量 $\bar{r}$ 采用方向梯度法,邻居集合首先采用共点法,加喷流的一万步以后改为共面法.计算得到的发

动机中心面上下壁面压力分布如图 29 所示(图中横坐标 x/H 为量纲归一化的轴向距离).从图中可看出,发动机中心面上壁面压力在喷孔附近出现波动,下壁面压力分布与试验值趋势一致,峰值偏高,大概是片式计算没有考虑侧壁影响所致;下游压力没有像试验值那样波动,可能是由于激波已经被耗散掉了,这些计算结果与 Rodriguez 等^[16]的结果一致.

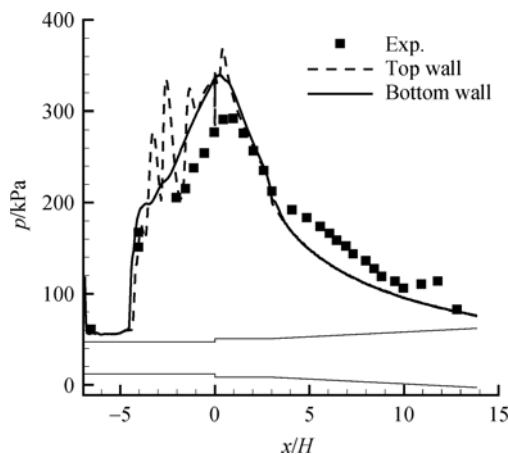


图 29 中心面上下壁面压力分布

Fig. 29 Pressure of axial up and down wall

6 结 论

限制器是 CFD 中构造迎风类差分格式达到高分辨率的关键,对计算的精度、稳定性和收敛性影响都很大.本文对 6 种限制器函数及其参数计算方法开展了详细研究,仿照文献提出一种自适应 VenkatakrishnanM 限制器,能够自动调整 m 值实现自适应调节限制器特性;采用增量法和方向梯度法两种方法计算参变量 $\bar{r}$;采用共面和共点两种采样方法选择邻居集合.数值试验发现,非结构网格限制器对邻居集合选择方法较敏感,共面法精度更高,但稳定性较差,计算复杂算例时可用共点法计算,当流场变化较平时改用共面法,从而获得较高的计算精度;非结构网格限制器的 $\bar{r}$ 算法中,方向梯度法比共面法得到的流场平滑;马赫数较大时压缩型限制器表现较好;自适应 VenkatakrishnanM 限制器具备模拟复杂超声速流场的能力.

参考文献:

- [1] 赵慧勇. 超燃冲压整体发动机并行数值模拟[D]. 四川 绵阳:中国空气动力研究与发展中心,2005.

ZHAO Huiyong. Parallel numerical simulations of the

- whole scramjet engine[D]. Mianyang Sichuan:China Aerodynamics Research and Development Center, 2005. (in Chinese)
- [2] 王兰. 超燃冲压发动机整机非结构网格并行数值模拟研究[D]. 四川 绵阳:中国空气动力研究与发展中心, 2007.
WANG Lan. Parallel numerical simulations of the whole scramjet engine flowfields on unstructured grids[D]. Mianyang Sichuan:China Aerodynamics Research and Development Center, 2007. (in Chinese)
- [3] 王保国, 李荣先. 非结构网格生成方法的改进及气膜冷却三维静子流场的求解[J]. 航空动力学报, 2001, 16(3): 232-237.
WANG Baoguo, LI Rongxian. Improvement for unstructured grid generation and calculations of three-dimensional turbulent flow around turbine stator blade rows with film cooling e[J]. Journal of Aerospace Power, 2001, 16(3): 232-237. (in Chinese)
- [4] 汪银乐. 高精度两步 TVD 格式的构造及数值检验[J]. 航空动力学报, 2006, 21(6): 1043-1047.
WANG Yinle. Structure and numerical simulation of high order two steps scheme[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(6): 1043-1047. (in Chinese)
- [5] James D, Kannepalli O C, Brinckman K, et al. Scramjet propulsive flowpath prediction improvements using recent modeling upgrades[R]. AIAA-2005-432, 2005.
- [6] LIU Zhining, Ramakrishnan S V. Aeroheating prediction using the hybrid flow solver ICAT[R]. AIAA-2002-2936, 2002.
- [7] Koder M, Sunami T. Numerical analysis of scramjet combustion flows by unstructured hybrid grid method[R]. AIAA-2000-0886, 2000.
- [8] Mack A, Steelant J, Karl S, et al. Mixing and combustion enhancement in a generic combustion chamber[R]. AIAA-2006-8134, 2006.
- [9] Ingenito A, Bruno C, Giacomazzi E, et al. Supersonic combustion: modelling and simulations[R]. AIAA-2006-8035, 2006.
- [10] Kouchi T, Mitani T, Koder M, et al. Numerical experiments of scramjet combustion with boundary-layer bleeding[R]. AIAA-2003-7038, 2003.
- [11] Mark A, Hannemann V. Validation of the unstructured DLR-TAU code for hypersonic flow [R]. AIAA-2002-3111, 2002.
- [12] Lehr H F. Experiments on shock-induced combustion[J]. Aeronautica Acta, 1972, 17(4): 589-597.
- [13] Soetrisno M, Imai S T. Simulation of the flow field of a ram accelerator[R]. AIAA 91-1915, 1991.
- [14] Imai S T, Roberts D W, Soetrisno M, et al. Nonequilibrium thermo-chemical calculations using a diagonal implicit scheme[R]. AIAA 91-0468, 1991.
- [15] Evans J S, Schexnayder C J, Jr. Influence of chemical kinetics and unmixedness on burning in supersonic hydrogen flames[J]. AIAA Journal, 1980, 18(2): 130-136.
- [16] Rodriguez C G, White J A, Riggins D W. Three-dimensional effects in modeling of dual-mode scramjets[R]. AIAA-2000-3704, 2000.

(编辑:叶 青)